Préparer ma rentrée mathématiques en 1ère

Ce livret a été conçu pour vous, élèves de 2nde qui allez intégrer la classe de 1ère à la rentrée de septembre. Il s'agit de fiches reprenant une partie des notions étudiées en 2nde, à traiter avec sérieux pour aborder l'année de 1ère en mathématiques dans les meilleures conditions.

Quelques conseils :

- Échelonner votre travail sur une ou deux semaines (2 à 4 exercices par jour).
- Faîtes des fiches de révisions pour chaque partie qui vous seront utiles à la rentrée prochaine.
- Faire attention au soin et à la rédaction.
- Si vous ne réussissez pas à faire un exercice, n’abandonnez pas, allez rouvrir votre cours pour y trouver un exercice du même type.

I Symboles

<u>Définition</u> : Les ensembles A et B sont deux sous ensembles de l'ensemble E si, et seulement si, tous les éléments de A et de B sont dans l'ensemble E.
On note : $A \subset E$ et $B \subset E$ et on lit « A est inclus dans E ».

Remarque : La notation est différente lorsqu'on s'intéresse à un élément x de cet ensemble : on emploie le symbole $\in$ qui se lit appartient.
Si $x \in A$ alors $x \in E$.

<u>Définition</u> : L'ensemble noté $\overline{A}$ est l'ensemble de tous les éléments de l'ensemble E qui n'appartiennent pas à l'ensemble A, on l'appelle **le complémentaire de** A dans l'ensemble E et on lit « A barre ».
Soit x un élément de E, si $x \notin A$ alors $x \in \overline{A}$.

<u>Définition</u> :
$A \cup B$ est l'ensemble des éléments de E qui appartiennent à A ou à B ou au deux à la fois. On l'appelle **la réunion des deux ensembles** A **et** B et on lit « A union B ».

$A \cap B$ est l'ensemble des éléments de E qui appartiennent à la fois à A et à B. On l'appelle **l'intersection des deux ensembles** A **et** B et on lit « A inter B ».

Soit x un élément de E, si $x \in A$ et $x \in B$ alors $x \in A \cap B$. si $x \in A$ et $x \notin B$ alors $x \in A \cup B$. si $x \in A$ et $x \in B$ alors $x \in A \cup B$.

Remarque : Si $A \cap B = \emptyset$, alors on dit que les deux ensembles A et B sont disjoints.

<u>Exercice 1</u> :

Le tableau ci-dessous donne le nombre de chômeurs (en milliers) selon le sexe et l'âge en 2012.

	Femmes (F)	Hommes (H)	Ensemble
15 ans ou plus (C)	1361	1451	2812
15-24 ans (C_1)	297	361	658
25-49 ans (C_2)	812	816	1628
50-64 ans (C_3)	250	272	522
65 ans ou plus (C_4)	2	2	4

1. Combien d'éléments possèdes l'ensemble F ?
2. Concrètement, dans cet exemple, l'ensemble C de tous les éléments étudiés est l'ensemble de tous les . . . Combien d'éléments possède-t-il ?
3. $H \cap C_2$ est l'ensemble des . . . . Combien d'éléments cet ensemble possède-t-il ?
4. $F \cup C_3$ est l'ensemble des . . . . Combien d'éléments cet ensemble possède-t-il ?
5. $\overline{F}$ est l'ensemble des . . . . Combien d'éléments cet ensemble possède-t-il ?
6. $\overline{C_1}$ est l'ensemble des . . . . Combien d'éléments cet ensemble possède-t-il ?

Exercice 2 :

Recopier et compléter les pointillés :

1. $3 \ldots . \mathbb{N}$ $\qquad -3 \ldots . \mathbb{N}$ $\qquad \mathbb{N} \ldots .. \mathbb{R}$ $\qquad \sqrt{5} \ldots .. \mathbb{Q}$
2. Soit x un nombre compris entre 1 et 2, mais différent de 2 alors $x \ldots [1;2[$ et $[1;2[\ldots . \mathbb{R}$
3. $[1,13[\cap [0;2[= \ldots \ldots ..$
4. L'ensemble de tous les nombres réels qui ne sont pas strictement supérieurs à 4 est l'intervalle…….
6. Soit x un nombre réel. Si $x \notin [1;3[$ alors $x \in \ldots .$

II Calcul numérique

Propriétés : Soient a, b, c et d quatre nombres réels.

Addition et soustraction de même dénominateur

$(b \neq 0)$ $\qquad \frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$ $\qquad \frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b}$

Multiplication

$(b \neq 0 \, et \, d \neq 0)$ $\qquad \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{c \times d}$

Division

$(b \neq 0, c \neq 0 \, et \, d \neq 0)$ $\qquad \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{a \times d}{b \times c}$

Inverse

$(a \neq 0 \, et \, b \neq 0)$ $\qquad inverse \, de \, a = \frac{1}{a} = a^{-1}$ $\qquad inverse \, de \, \frac{a}{b} = \left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{b}{a}$

Puissance

$(b \neq 0)$ $\qquad \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

Exercice 3 :

Sans utiliser la calculatrice, écrire sous la forme $\frac{a}{b}$ avec $a \in \mathbb{Z}$ et $b \in \mathbb{N}$ le plus petit possible.

1. $A = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{3}$ $\qquad$ 2. $B = \frac{2}{5} - \frac{1}{3} + 4\left(\frac{5}{3} - \frac{7}{6}\right)$ $\qquad$ 3. $C = \dfrac{\frac{2}{3} - 1}{\frac{5}{2} \times \frac{4}{3} + 2}$

Propriétés :

Soit a et b deux nombres réels non nuls. Soient m et n deux entiers relatifs.
Pour $n \geqslant 0$

$a^0 = 1$ $\quad$ $a^1 = a$ $\quad$ $\underbrace{a^n = a \times a \times \ldots . \times a}_{n \text{ fois}}$ $\quad$ $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$

Inverse :

$a^{-1} = \dfrac{1}{a}$

Multiplication et divisions lorsque le nombre est le même :

$a^n \times a^m = a^{n+m}$ $\quad$ $\dfrac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$

Multiplication et divisions lorsque l'exposant est le même :

$a^n \times b^n = (ab)^n$ $\quad$ $\dfrac{a^n}{b^n} = \left(\dfrac{a}{b}\right)^n$

Puissances de puissances : $(a^n)^m = a^{n \times m}$

Exercice 4 :

1. $A = \dfrac{3^{27} - 3^{29}}{3^{28}}$ $\qquad$ 2. $B = \dfrac{2^5 \times 4^{-5}}{8}$ $\qquad$ 3. $C = \dfrac{3^{-6} \times 5^5}{(5^2)^3 \times 3^{-5}}$

Propriétés : $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$ $\quad$ $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\dfrac{a}{b}}$ $\quad$ $(\sqrt{a})^2 = a$

Exercice 5 :

Sans utiliser la calculatrice, écrire sous la forme $a\sqrt{b}$ avec $a \in \mathbb{Z}$ et $b \in \mathbb{N}$ le plus petit possible.

1. $A = \sqrt{48}$ $\qquad$ 2. $B = 5\sqrt{27} - 3\sqrt{48}$ $\qquad$ 3. $C = \dfrac{\sqrt{81}}{\sqrt{242}} \times \dfrac{\sqrt{98}}{\sqrt{25}}$

Exercice 6 :

Écrire sans radical au dénominateur et simplifier les expressions suivantes.

1. $A = \dfrac{3}{\sqrt{5}+1}$ $\qquad$ 2. $B = \dfrac{1+\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}}$ $\qquad$ 3. $C = \dfrac{6-\sqrt{2}}{4-\sqrt{2}}$

Exercice 7 :

Démontrer que pour tout entier naturel n, on a $2^n + 2^n = 2^{n+1}$

III Calcul littéral

IDENTITÉS REMARQUABLES :
$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$
$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$
$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

Exemples :

$$(x-5)^2=x^2-2\times x\times 5+5^2=x^2-10x+25$$

$$(2x-1)(2x+1)=(2x)^2-1^2=4x^2-1.$$

$$x^2+6x+9=x^2+2\times 3\times x+3^2=(x+3)^2$$

Exercice 8 :

Développer et réduire les expressions suivantes :

$A(x)=(2x+1)^2$ $\quad B=(2x-9)(3-2x)+5(2x+1)$

$C=4(x-6)^2-3(5x+3)(5x-3)$ $\quad D(x)=(7+2x)(7-2x)$

Exercice 9 :

Factorise les expressions suivantes

$B=2(5x-1)^2+10x-2$ $\quad C=(x^2-4)-(x+2)^2$

$D=2(5x-1)^2+10x-2$ $\quad E=(x^2-4)-(x+2)^2$

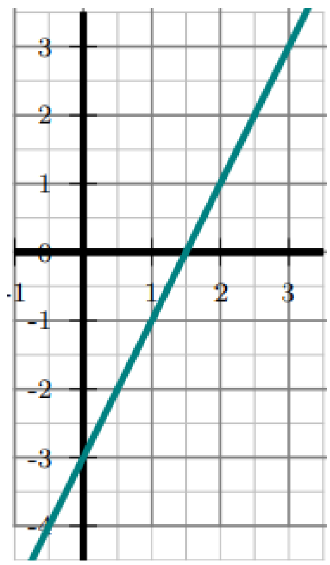
Exercice 10 :

Soit x la largeur d'un rectangle. Elle est égale à sa longueur moins 7.
1. Exprime le périmètre de ce rectangle en fonction de x.
2. Exprime l'aire de ce rectangle en fonction de x.
3. Calcule son périmètre et son aire si $x=13\,cm$.

IV Fonctions

Exercice 11 :

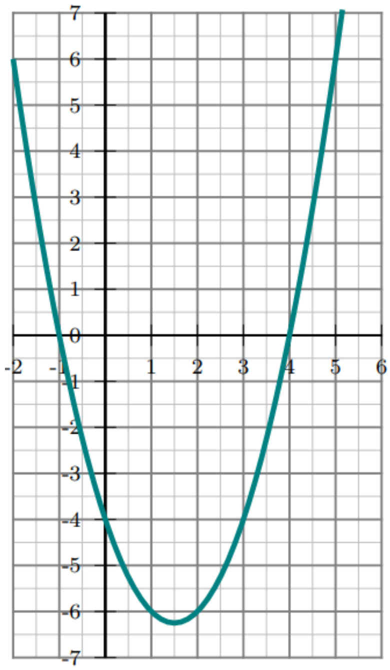
On considère la fonction affine f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=2x-3$.
Sa représentation graphique est donnée ci-contre.
1. Déterminer graphiquement l'image de 2 par f.
2. Retrouver ce résultat par le calcul.
3. Déterminer graphiquement l'antécédent par f de $-0,5$.
4. Retrouver ce résultat par le calcul.



Exercice 12 :

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=x^2-6x-4.$

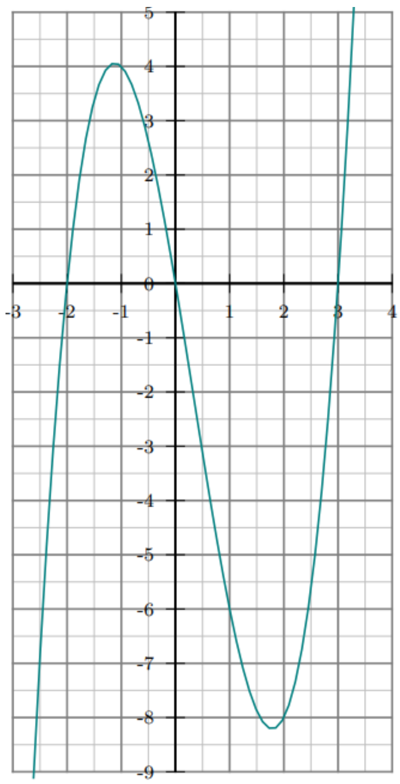
Sa représentation graphique est donnée ci-contre.



1. a. Déterminer graphiquement l'image par f de 5.
b. Retrouve ce résultat par le calcul.
2. Déterminer graphiquement les antécédents de 0 par f.
3. Résoudre graphiquement l'équation $f(x)=-4$.
4. Dresser le tableau de variation de la fonction f.
5. Dresser le tableau de signes de la fonction f

Exercice 13 :

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=x^3-x^2-6x$.
Sa représentation graphique est donnée ci-contre.



1. a) Déterminer graphiquement l'image par f de − 3
2 . b) Retrouver ce résultat par le calcul.
a) Développer $(x-3)(x+2)$.
b) En déduire l'expression factorisée de f.
c) Calculer les antécédents de 0 par f.
d) Retrouver graphiquement les résultats.
3. Dresser le tableau de variation de la fonction f par lecture graphique.
4. En utilisant la factorisation de f , dresser le tableau de signes de f.
5. a) Déterminer graphiquement les antécédents de −6 par f.
b) Factoriser x^3-x^2 et $-6x+6$.
c) Résoudre algébriquement l'équation $f(x)=-6$.

V Équations

Exercice 14 :

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1. $2x+3=-3x+7$ 2. $-4x+1=9$ 3. $-x=x+16$
4. $(-x-4)(-x+7)=0$ 5. $9(-3x-1)(6x-36)=0$
6. $-x(x+16)(2-5x)=0$ 7. $\dfrac{5-8x}{x-2}=3$
8. $\dfrac{-3x-1}{8-5x}=0$ 9. $(5x-1)(x-9)-(x-9)(2x-1)=0$
10. $(x-1)(2x-7)=4x^2-28x+49$ 11. $x+1=\dfrac{9}{x+1}$
12. $\dfrac{3x-1}{x-5}=\dfrac{3x-4}{x}$ 13. $\dfrac{x^2-3x}{(x-3)^2}=4$

VI Inéquation et tableaux de signes

Exercice 15 :

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

1. $6x+7>4x+8$ 2. $x+1\geqslant 9x+25$ 3. $-7\leqslant 4x+9$

Exercice 16 :

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

1. $(x-8)(-1-10x)\leqslant 0$ 2. $(3x+2)^2-(3x+2)(5x+1)\leqslant 0$

VII Géométrie

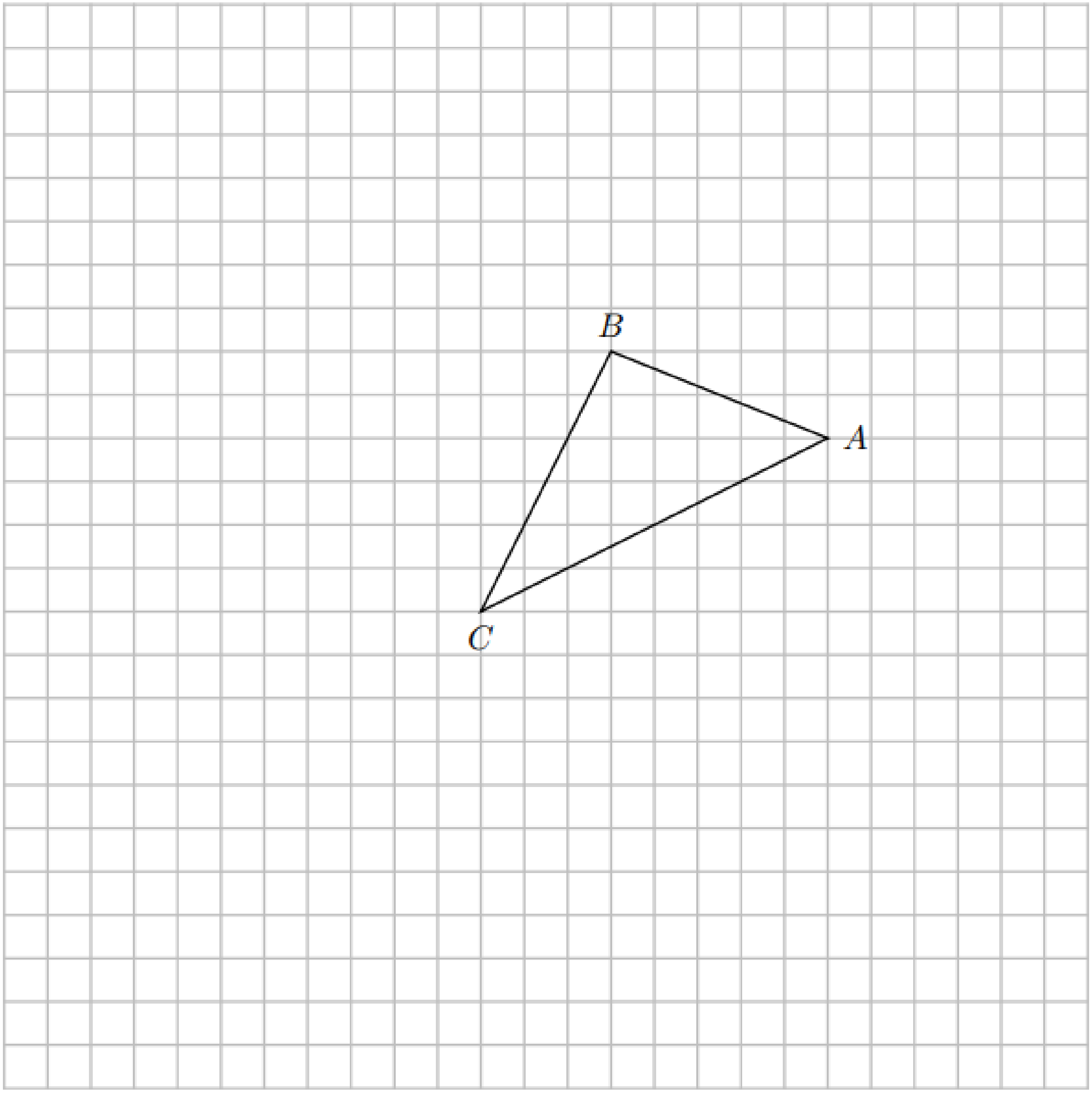
A. Géométrie vectorielle

- $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$ si et seulement si $ABCD$ est un parallélogramme.
- Deux vecteurs égaux ont même direction, même sens et même norme.
- Relation de Chasles : $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$
- Deux vecteurs sont colinéaires si et seulement si ils ont la même direction.
- Deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires si et seulement si, il existe un réel k tel que $\vec{u}=k\vec{v}$

Exercice 17 :

On considère le triangle ABC , construire les points D , E et F tels que :

$\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AC}$ $\overrightarrow{BD}=\dfrac{-1}{2}\overrightarrow{AC}$ $\overrightarrow{FB}=\dfrac{3}{2}\overrightarrow{AC}-\dfrac{1}{3}\overrightarrow{BC}$



B. Géométrie analytique

Pour deux points $A(x_A ; y_A)$ et $B(x_B ; y_B)$ dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$,

- Les coordonnées du milieu $I(x_I ; y_I)$ sont $x_I = \dfrac{x_A + x_B}{2}$ $y_I = \dfrac{y_A + y_B}{2}$
- $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$
- Si le repère est orthonormé, la distance $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

Pour deux vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$

- Deux vecteurs sont égaux si et seulement si ils ont les mêmes coordonnées.
- Le déterminant des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ est le réel $det(\vec{u} ; \vec{v}) = \begin{vmatrix} x & x' \\ y & y' \end{vmatrix} = xy' - x'y$
- Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires si et seulement si leur déterminant est nul.

Exercice 18 :

On considère les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-2\\5\end{pmatrix}$ dans un repère $(O,\vec{i},\vec{j})$.

Déterminer les coordonnées des vecteurs :

1. $\vec{u}+\vec{v}$ 2. $-3\vec{u}$ 3. $-3\vec{u}+2\vec{v}$

Exercice 19 :

Dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$, on donne les points $A(-2;3)$, $B(\frac{1}{2};-1)$ et $C(5;1)$.

1. Calculer la distance AB.
2. Calculer les coordonnées du milieu E de $[BC]$.
3. Calculer les coordonnées du point D symétrique de B par rapport à A.

Exercice 20 :

Dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$, donne les points $A(1;3)$, $B(-2;7)$ et $C(-4;1)$.

Calculer les coordonnées du point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme.

Exercice 21 :

Dans un repère $(O,\vec{i},\vec{j})$, on donne les points $A(-1;3)$, $B(7;-1)$, $C(5;0)$, $D(4;-2)$ et $E(0;4)$.

1. Démontrer que les points A,B et C sont alignés.
2. Démontrer que les droites (AB) et (DE) sont parallèles.

Dans un repère orthonormé, on considère :

- les points $A(x_A;y_A)$ et $B(x_B;y_B)$
- les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$

➢ L'axe des abscisses a pour équation $y=0$
L'axe des ordonnées a pour équation $x=0$

➢ $y=mx+p$ est l'équation réduite d'une droite non parallèle à l'axe des ordonnées

➢ $d: ax+by+c=0$ avec $(a;b)\neq(0;0)$ est une équation cartésienne de droite

➢ Le vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix}-b\\a\end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de d

➢ Tout vecteur colinéaire à $\vec{u}$ est un vecteur directeur de d .

Exercice 22 :

Le plan est rapporté à un repère $(O,\vec{i},\vec{j})$.
1. Tracer les droites d_1 et d_2 d'équation respectives $y=-0,5x-2$ et $y=4x-20.$
2. a) Tracer la droite d_3 passant par le point $A(-2;5)$ et de coefficient directeur $\frac{-3}{2}$
b) Déterminer l'équation réduite de d_3 .
3. a) Justifier que les droites d_1 et d_2 sont sécantes.
b) Calculer les coordonnées du point M d'intersection des droites d_1 et d_2.
c) le point M appartient-il à d_3 ?
Si c'est le cas, on dit que les droites d_1,d_2 et d_3 sont concourantes en M.

Exercice 23 :

On se place dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$
1. Représenter d la droite d'équation $2x-3y+7=0$
2. Donner l'ordonnée du point A de la droite d d'abscisse $\frac{-1}{2}$
3. Donner l'ordonnée du point B de la droite d d'ordonnée 1.

Exercice 24 :

Dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$, on considère les points $A(2;4),B(-1;1)$ et $C(5;10)$
1. Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB).
2. Déterminer une équation cartésienne de la droite d passant par C et parallèle à (AB)

VIII Probabilité

Exercice 25 :

En 2018, un étude marketing est réalisée sur un échantillon représentatif de la population française composé de 1500 individus. La première question posée est : « Connaissez-vous le commerce équitable ? ».
Le tableau ci-dessous donne la répartition des réponses par âge.

	Moins de 25 ans	25-29 ans	40-59 ans	60 ans et plus	Total
Oui	156	171	150	48	525
Non	258	297	273	147	975
Total	414	468	423	195	1500

On interroge une personne au hasard.
1. Quelle est la probabilité que cette personne connaisse le commerce équitable ?
2. On sait que cette personne a moins de 25 ans. Quelle est la probabilité quelle connaisse le commerce équitable ?
3. On sait que cette personne connaît le commerce équitable.
Quelle est la probabilité qu'elle ait moins de 40 ans ?